

二维金属 EBG 结构传输特性的研究

许小玲 刘长军 钟淑蓉

(四川大学电子信息学院, 成都 610064)

摘要: 采用时域有限差分 (FDTD) 法与 Floquet 定理相结合, 对由正方形金属柱构成的二维电磁带隙 (EBG) 结构的传输特性进行了分析和计算, 得到了不同频率的平面电磁波在不同角度入射时, 二维金属 EBG 结构的传输参数, 获得了 EBG 结构的电磁特性, 得到了 EBG 结构的阻带中心频率的变化规律, 进而得到了经验拟合公式。验证结果表明该拟合公式具有较好的可靠性和较高的精度, 可以用于 EBG 结构的应用研究。

关键词: 电磁带隙; 时域有限差分法; Floquet 定理

A Study on Transmission Characteristics of 2-D Metal EBG Structure

Xu Xiaoling Liu Changjun Zhong Shurong

(School of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu, 610064)

Abstract: In this paper, the Finite-Difference Time-Domain (FDTD) method with Floquet theorem is applied to analyze the transmission characteristics of a two-dimensional EBG structure, which is an array of square metal rods, while a plane electromagnetic wave at different frequencies is incident with oblique or perpendicular condition. The rule and an empirical formula of the central frequency of the EM band-gap are also achieved. A further proof shows that the empirical formula is reliable and accurate and it can be applied to the applications of EBG structures.

Keywords: EBG structure; FDTD; Floquet theorem

电磁带隙 (Electromagnetic Band Gap, EBG) 是一种由介质、金属或其混合体单元按周期性排列所构成的阵列结构, 对特定频段内的电磁波呈现带阻特性。近年来, EBG 结构引起了人们的广泛关注, 并且已经应用到了很多领域, 特别是在微波毫米波研究中, EBG 结构已经成功用于改善天线性能^[1], 增加功率放大器的效率和输出功率^[2], 宽带衰减器以及频率选择表面^[3]等方面。在对 EBG 结构进行理论分析时, 曾先后采用了平面波展开法 (PWE)、转移矩阵法 (TMM)、时域有限差分法 (FDTD) 等^[4-6], 这些方法各有所长, 但在复杂周期结构或金属柱周期单元的研究中, FDTD 法是一种较好的模拟方法。

本文采用 FDTD 法对二维金属 EBG 结构的电磁特性进行了数值分析, 结合使用 Floquet 定理, 采用高斯脉冲入射, 通过傅里叶 (FFT) 变换得到该结构的频率响应曲线。通过细致的研究分析了金属柱截面边长及金属柱之间的距离等参数, 对该 EBG 结构阻带的影响, 获得了关于阻带中心频率及带宽的经验公式, 并对经验公式做了进一步验证, 同时对入射角度的变化对阻带的影响也做了分析计算。

1. EBG 结构和数值方法及验证

本文所讨论的 EBG 结构是周期排列的二维金属方柱阵列, 如图 1(a)所示。金属柱横截面的边长为 r , 周期单元的长度为 a 。

对 EBG 的周期单元结构进行 Yee 氏网格剖分, 将 Maxwell 方程组进行离散化, 按照 TM 平面电磁波的传播模式, 列出 FDTD 法的差分迭代格式

$$H_z^{n+1/2}(i, j+1/2) = H_z^{n-1/2}(i, j+1/2) - \frac{\nabla r}{\mu_0} \frac{E_x^n(i, j+1) - E_x^n(i, j)}{\nabla y}$$

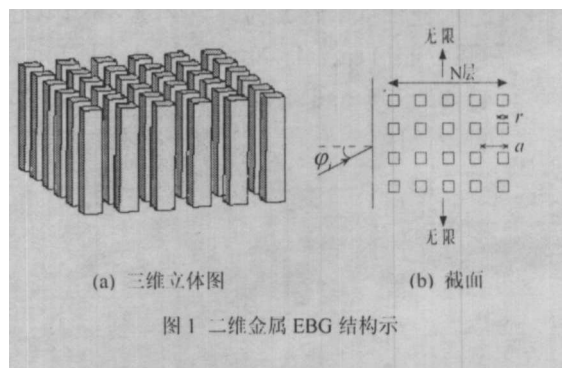


图 1 二维金属 EBG 结构示

$$H_y^{n+1/2}(i+1/2, j) = H_y^{n-1/2}(i+1/2, j) + \frac{Vt}{\mu_0} \frac{E_z^n(i+1, j) - E_z^n(i, j)}{Vx} \quad (2)$$

$$E_z^{n+1}(i, j) = \frac{1 - \frac{\sigma(i, j)Vt}{2\epsilon_0}}{1 + \frac{\sigma(i, j)Vt}{2\epsilon_0}} E_z^n(i, j) + \frac{Vt}{\epsilon_0} \frac{1}{1 + \frac{\sigma(i, j)Vt}{2\epsilon_0}} \times \left[\frac{H_y^{n+1/2}(i+1/2, j) - H_y^{n+1/2}(i-1/2, j)}{Vx} - \frac{H_x^{n+1/2}(i, j+1/2) - H_x^{n+1/2}(i, j-1/2)}{Vy} \right] \quad (3)$$

将上下边界设定为周期性边界，而左右边界使用一阶 Mur 吸收边界，平面电磁波通过连接边界条件引入，具体如图 2 所示。

入射的平面电磁波为复数正弦调制的高斯脉冲

$$E_i(n\Delta t) = (\cos(2\pi f_{source}nVt) + j\sin(2\pi f_{source}nVt)) \exp\left(-\frac{(nVt-t_0)^2}{\tau^2}\right) \quad (4)$$

其中 f_{source} 是源的频率， t_0 为脉冲峰值出现的时刻， τ 决定高斯脉冲的宽度。如图 1(b)所示，为了分析 EBG 结构层数、金属柱截面边长及金属柱之间的距离的变化对 EBG 结构阻带的影响，设定在 x 方向有 N 层，而在 y 方向上为无限多个，根据 Floquet 定理得到

$$\psi(x, y + T_y, t) = \psi(x, y, t - \frac{T_y}{v_{\phi y}}) \quad (5)$$

其中 ψ 为电磁场的某一分量， T_y 为沿 y 方向的周期长度， $v_{\phi y} = c/\sin\phi_y$ ，为电磁波沿 y 方向的相速， ϕ_y 为平面电磁波的入射角。

一般来说，EBG 结构的中心频率 f_0 是该结构周期单元尺寸 a 的函数，在微带结构中， $f_0 = c\beta_0/(2a\beta)$ ，其中 c 为光速， β_0 为自由空间的传播常数， β 为微带 EBG 结构的传播常数^[7]。借鉴微带 EBG 结构中结构与阻带中心频率的关系，在二维金属柱组成的 EBG 结构中，通常选取以周期单元边长 a 作为半个波长的频率来估计阻带的中心频率 f_0 ，即

$$f_0 = \frac{c}{2a} \quad (6)$$

本文取中心频率 $f_0 = 2\text{GHz}$ 对应 $a = 75\text{mm}$ ，将每个周期单元均匀离散为 40×40 个网格 ($N_a = a/V_s = 40$)，空间步长 $V_s = V_x = V_y = 1.87\text{mm}$ ，在后面的计算中空间步长不变。根据 Courant 稳定条件，确定时间步长 $Vt = V_s/2c = 3.125\text{ps}$ ，总时间步数取电磁波在计算区域内横向往返十次所需的时间，金属柱的电导率取铝的电导率 $\sigma = 3.72 \times 10^7 \text{S/m}$ 。

将此模型中的金属柱改为介质柱 ($\epsilon_r = 10.2$)，并改变其在 y 方向上的长度，使相邻的两个介质柱相连，从而整个模型就变成了一个介质层与空气层相间排列的一维 EBG 结构，介质层取 6 层， $V_x = 0.6\text{mm}$ ，每层厚度均取 10 个网格。由图 3 可以看出，此方法具有很高的准确性 (与解析解比较)。

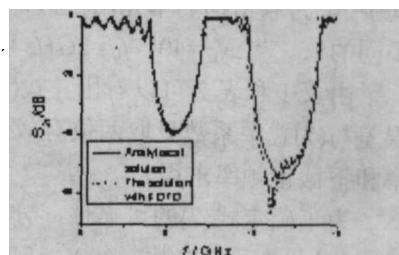


图3 与解析解的比较

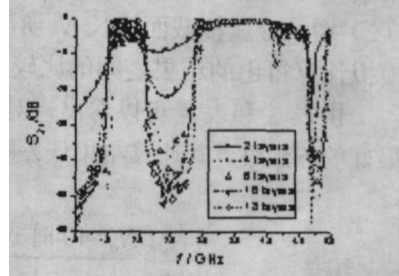


图4 层数 N 对传输特性的影响

2. 计算结果

2.1 层数的影响

图 4 给出了当单元边长和金属柱截面边长一定时 ($N_a = 40$, $N_r = 8$)，不同层数 N 对传输特性的影响，从图 4 中可以看出，当层数 $N > 3$ 层时，层数的变化对阻带的中心频率及带宽的影响都不大，此时层数 N 主要影响阻带的性能。 N 越大，阻带的特性越好，一般只要 $N > 5$ ， $S_{21} < -20\text{dB}$ ，就能满足一般阻带的要求了。

2.2 单元边长的影响

当金属柱截面边长和层数一定时 ($N_r = 6$, $N = 6$)，单元边长的改变将影响阻带的中心频率及带宽，

如图 5(a)所示。从图 5(a)中可以看出, 当 N_a 增大时, 阻带的中心频率减小, 这与文献[7]中的结果吻合, 同时对阻带的性能也有一定的影响。当移动的幅度不超过原金属柱间距的 1/4 时, 阻带的中心频率和带宽的影响如图 5(b)。

2.3 金属柱截面边长的影响

图 6(a)给出了当单元边长和层数一定时 ($N_a=40, N_r=6$), 金属柱截面边长对传输特性的影响, 由图 6(a)可以看出, r 的变化对阻带的中心频率、带宽及性能都有影响, 当 N_r 增大时, 中心频率升高, 带宽增大, 性能更好, 其具体的变化如图 6(b)。

2.4 入射角度的影响

图 7 给出了当 EBG 结构不变时 ($N=6, N_a=40, N_r=8$), 入射波角度的变化对传输特性的影响, 从图 7 中可以看出, 随着入射角度的增大, 传输特性越来越差, 阻带逐渐向高频端移动。当 $\varphi > 30^\circ$ 时, 阻带已经不能满足要求了。

3. 经验公式的推导及验证

由以上几个图可以看出, EBG 结构的阻带中心频率是变化的, 式(6)并不准确, 为准确预测该类 EBG 结构的阻带中心频率, 根据以上所得到的数据, 得出了随 N_a, N_r 变化的关于阻带中心频率的经验公式

$$f_0 = \frac{N_a + c_1}{N_a - N_r + c_2} \cdot \frac{N_r}{N_a} \cdot f_0' \quad (7)$$

其中 N_a' 为原结构的单元网格数, f_0' 为式(6)的结果, c_1, c_2 为常量, 对应于不同的空间步长, 应该有不同的值。当 $N_a=40, f_0'=2\text{GHz}$ 时, 采用最小二乘法得到 $c_1=11, c_2=8.3$ 。

由表 1 和表 2 可以看出, 式(7)得出的结果与通过 FDTD 模拟计算得到的结果基本吻合, 其中的误差与(7)式中系数只取两位有效数字有一定关系。模拟计算的中心频率和带宽通过阻带的上截止频率和下截止频率求得。

为了确定式(7)的可靠性, 分别在以下两种情况下进行验证:

(1) 增大单元网格数, 令 $N_a'=50$, 中心频率 $f_0'=1.6\text{GHz}$ 其它不变, 表 3 给出了当 $N_a=50, N_r$ 在 4~18 间变化时, 式(7)得出的结果与模拟计算得出的结果之间的比较。

(2) 增大金属柱截面边长 $N_r=8$, 其他不变, 表 4 给出当 N_a' 在 30~50 间变化时, 式(7)得出的结果与模拟计算得出的结果之间的比较。

由表 3 和表 4 可以看出, 对于不同的变量 N_a 和 N_r , (7)式的结果与模拟计算所得的结果都具有很好的一致性, 其计算结果误差不超过 2%, 这就能准确地预测二维金属 EBG 结构的阻带中心频率。

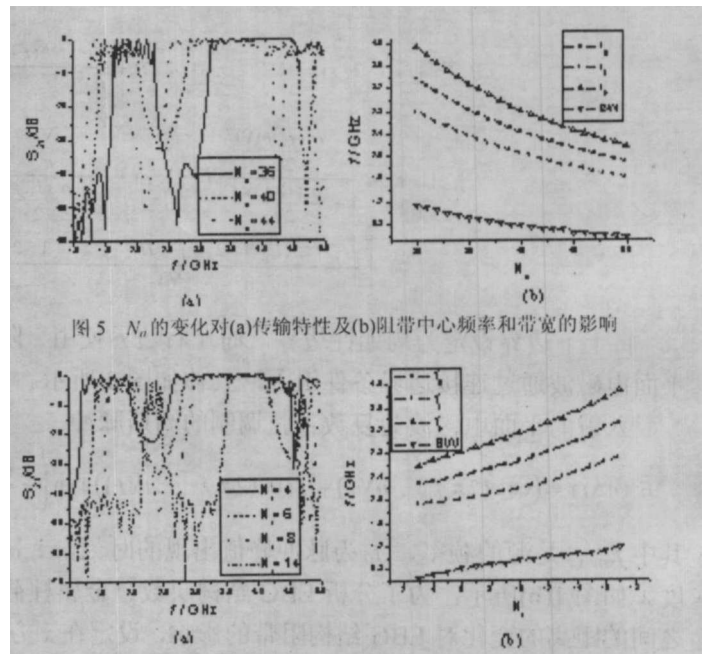


图 5 N_a 的变化对(a)传输特性及(b)阻带中心频率和带宽的影响

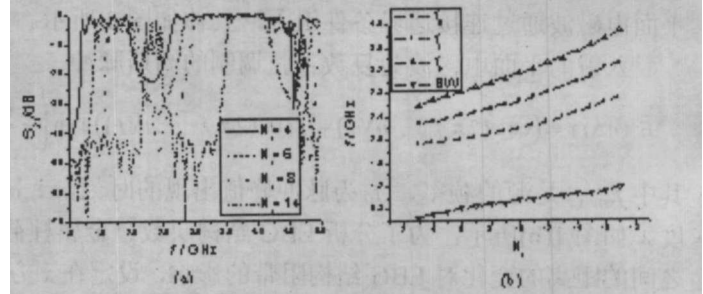


图 6 N_r 的变化对(a)传输特性及(b)中心频率及带宽的影响

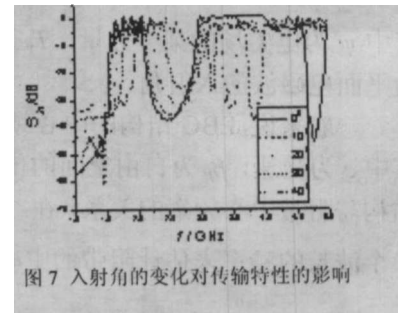


图 7 入射角的变化对传输特性的影响

表 1 $N_a=40$ 时式(7)的计算结果

N_r	f_0	f_0'	error
3	2.275E9	2.267E9	0.3663%
7	2.480E9	2.488E9	0.3147%
11	2.740E9	2.757E9	0.6116%

表 2 $N_r=6$ 时式(7)的计算结果

N_a	f_0	f_0'	error
30	3.370E9	3.417E9	1.385%
35	2.820E9	2.842E9	0.7695%
40	2.425E9	2.429E9	0.1473%

15	3.095E9	3.091E9	0.1322%
17	3.300E9	3.290E9	0.2933%

45	2.130E9	2.118E9	0.5538%
50	1.895E9	1.877E9	0.9539%

注：表中 f_0^- 为式(7)计算出来的结果, $error = \frac{|f_0 - f_0^-|}{f_0}$.

表 3 $N_a=50$ 时式(7)的计算结果

N_r	f_0	f_0^-	error
4	1.830E9	1.807E9	1.235%
8	1.965E9	1.952E9	0.6616%
12	2.120E9	2.121E9	0.0820%
16	2.315E9	2.324E9	0.3805%
18	2.435E9	2.440E9	0.2053%

表 4 $N_r=8$ 时式(7)的计算结果

N_a	f_0	f_0^-	error
30	3.595E9	3.644E9	1.376%
35	2.980E9	3.004E9	0.8081%
40	2.540E9	2.550E9	0.3937%
45	2.215E9	2.212E9	0.1198%
50	1.960E9	1.952E9	0.4082%

4. 结论

EBG 结构具有带阻特性, 本文对一种二维金属 EBG 结构进行了数值模拟, 得到了其传输系数的频率曲线, 并通过改变金属柱截面边长、间距及入射角度, 得到了与阻带性能、中心频率及带宽的关系。仿真结果表明当层数 $N>5$, 入射角度 $\varphi_r \leq 30^\circ$ 时, 该类 EBG 结构的阻带性能良好。通过大量的数值模拟总结了 EBG 结构阻带中心频率的经验公式, 并对其做了进一步的验证。结果表明(7)式 (在 $N>5$, 正入射角度的情况下) 有很好的可靠性, 误差小于 2%。因此, 可以使用经验公式(7)来预测该类 EBG 结构的阻带中心频率, 在 EBG 结构的工程设计及应用中具有重要的意义。

参 考 文 献:

- [1] T J Ellis, G M Rebeiz. MM-wave tapered slot antennas on micro machined photonic band gap dielectrics. *IEEE MTT-S, Int. Microwave Symp. Dig.*, 1996:1157-1160
- [2] V Radisic, Y Qian, T Itoh. Broadband power amplifier using dielectric photonic band gap structure. *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, 1998, 8(1):13-14
- [3] M P Kesler, J G Maloney, B L Shirley. Antenna design with the use of photonic band gap materials as all dielectric planar reflectors. *Microwave Opt. Tech. Lett.*, 1996, 11(3):169-174
- [4] Hillebrand R, Hergert W. Band gap studies of triangular 2D photonic crystal with varying pore roundness. *Solid State Communications* 115, 2000, 227-232
- [5] Sigalas M, Soukoulis C m, Economou E N, et al. Photonic band gaps and defects in two dimensions. *Studies of the transmission coefficient. Physical Review B*, 1993, 48(19): 14121-14126
- [6] Chan C T, Yu Q L, Ho K M. Order-N spectral method for electromagnetic waves. *Physical Review B*, 1995, 51(23): 16635-16642
- [7] Radisic V, Qian Y, Coccioli R, et al. Novel 2-D photonic bandgap structure for microstrip lines [J]. *IEEE Microwave and Guided Wave Lett.*, 1998, 8(2): 69-71
- [8] 付云起, 袁乃昌. 用 FDTD 分析光晶带隙结构散射特性. *电子学报*, 2001 年 12 月, 第 12 期, 1729-1730
- [9] 包秀龙, 章文勋, 郑龙根, 李乐伟. 二维介质 PBG 结构色散特性的时域有限差分法分析. *应用科学学报*, 2003 年 9 月, 第 3 期, 236-240
- [10] 赵小莹, 周乐柱. 不同参量的二维介质电磁带隙的反射及传输特性研究. *北京大学学报(自然科学版)*, 2005 年 5 月, 第 3 期, 460-464

许小玲：女，1981年生，硕士生，目前主要从事于电磁带隙结构的研究。

刘长军：男，1973年生，教授，博士生导师，目前主要从事电磁场与微波技术方面的研究工作。

钟淑蓉：女，1974年生，硕士生，目前主要从事于微波化学相关的研究。

联系作者：刘长军

地址：

610064 四川省成都市四川大学
电子信息学院

电话：13880088504

028-8546-3882

Email: cjliu@scu.edu.cn